

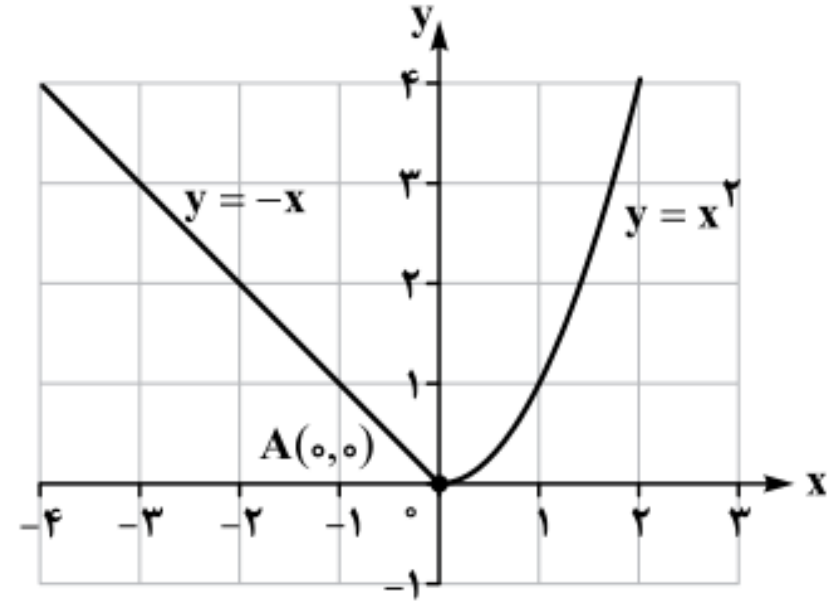
فصل چهار: مشتق

درس دو: مشتق پذیری و پیوستگی

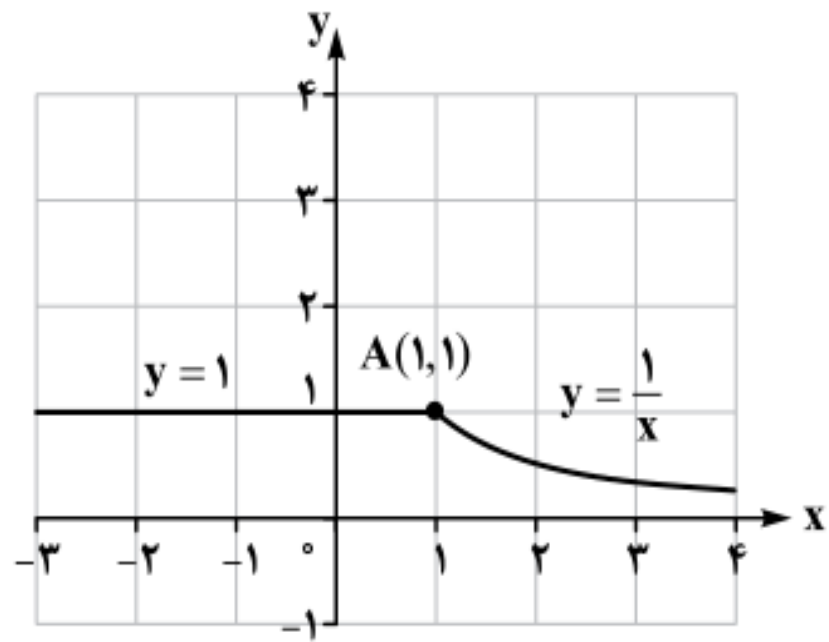
تمرین های پایانی درس ۲

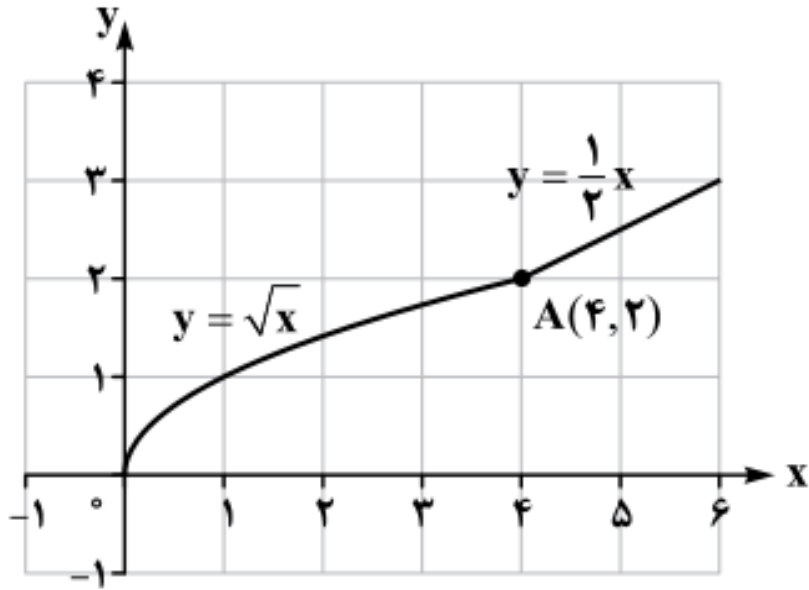
۱- دو تابع مختلف مانند f و g مثال بزنید که هر دو در $x = 2$ پیوسته باشند ولی در این نقطه مشتق پذیر نباشند.

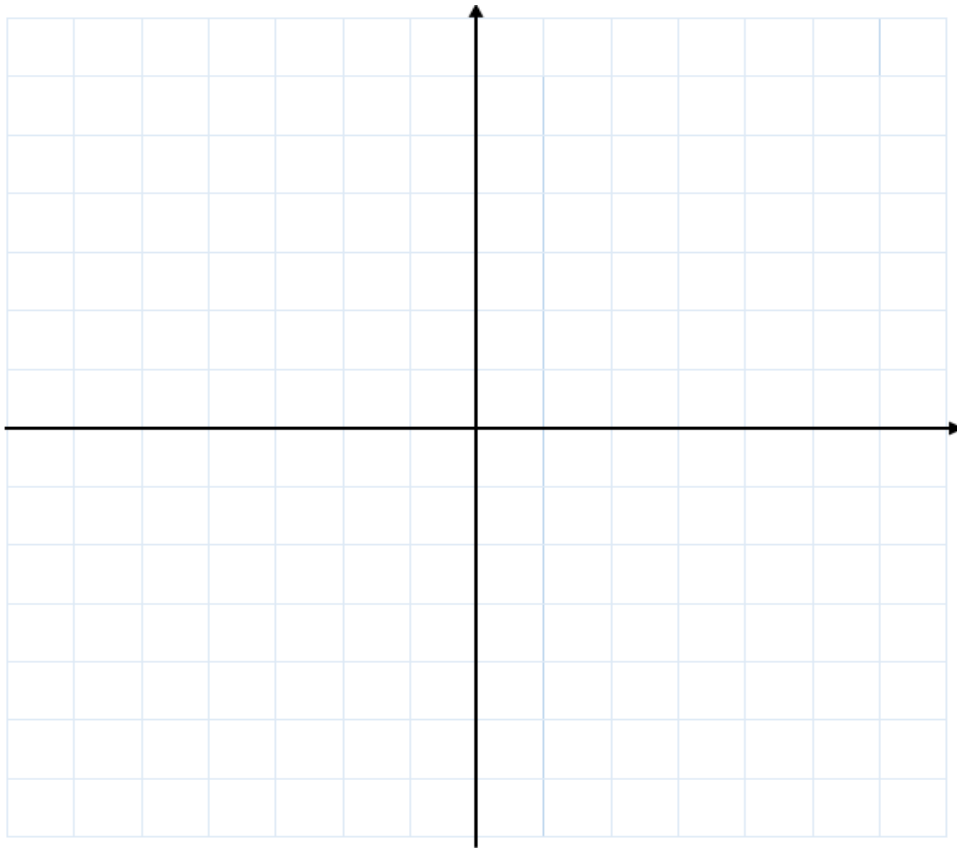
۲- با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ توابع داده شده در نقطه A ، نشان دهید که این توابع در نقطه A مشتق پذیر نیستند.
(الف)



(ب)







$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$$

۳- تابع $f(x)$ داده شده است.

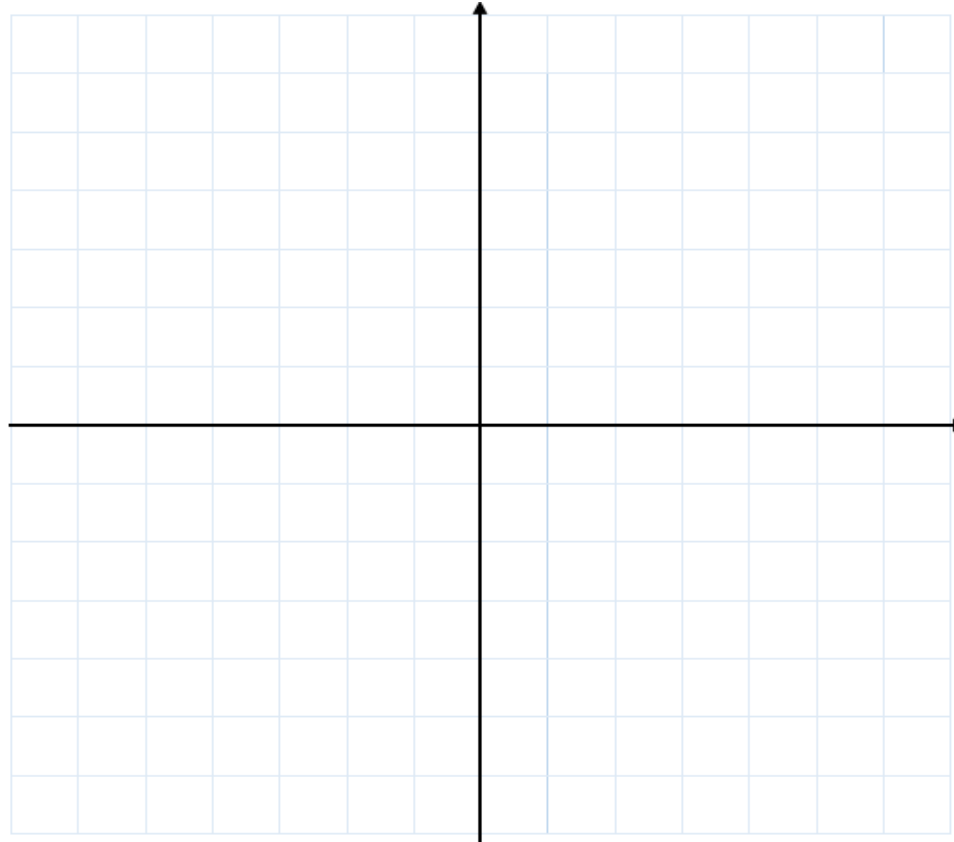
الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) نشان دهید که $f'(0)$ و $f'(3)$ وجود ندارند.

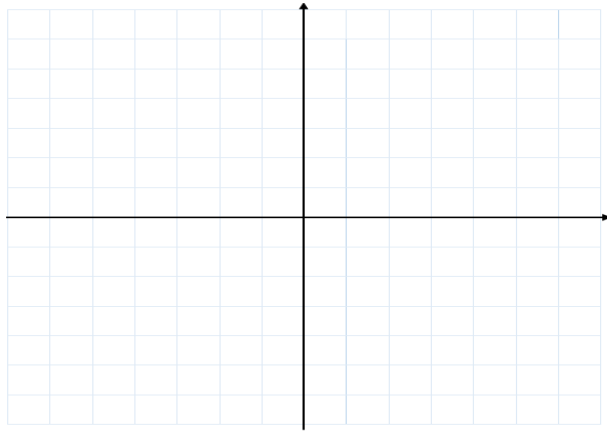
پ) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$$

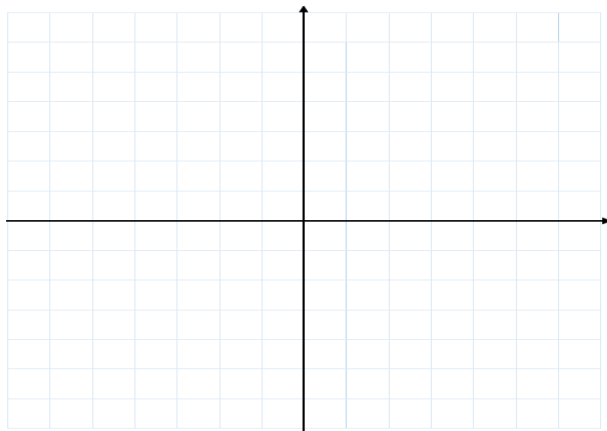
ت) نمودار تابع f' را رسم کنید.



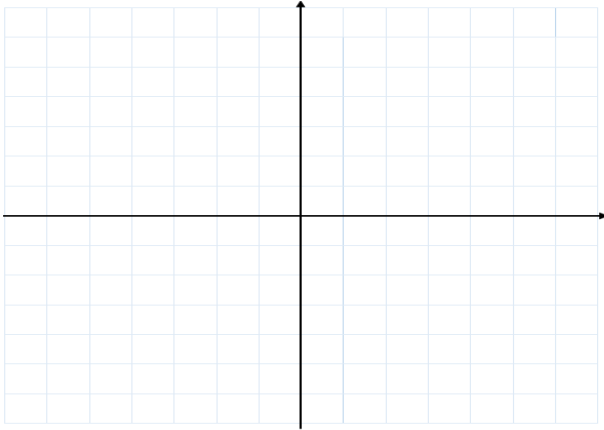
۴ نمودار تابعی را رسم کنید که مشتق آن
الف) در یک نقطه برابر صفر شود.



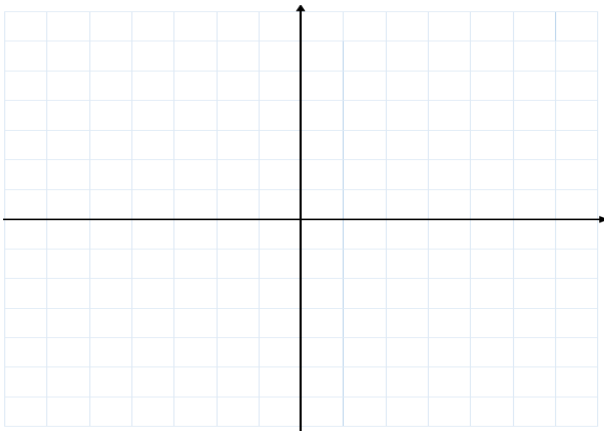
ب) در $x = 2$ برابر ۳ شود.



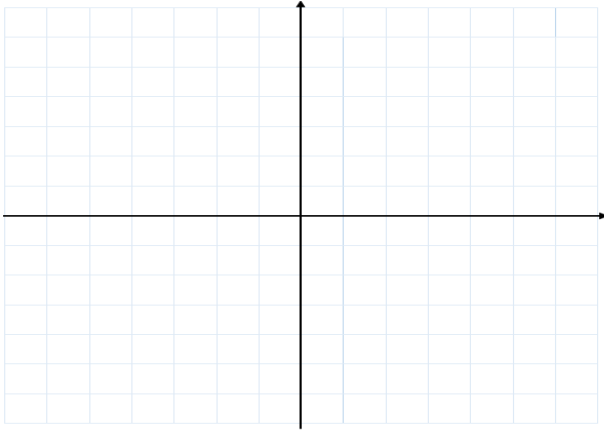
پ) در تمام نقاط مثبت باشد.



ت) در تمام نقاط یکسان باشد.



ث) در تمام نقاط منفی باشد.

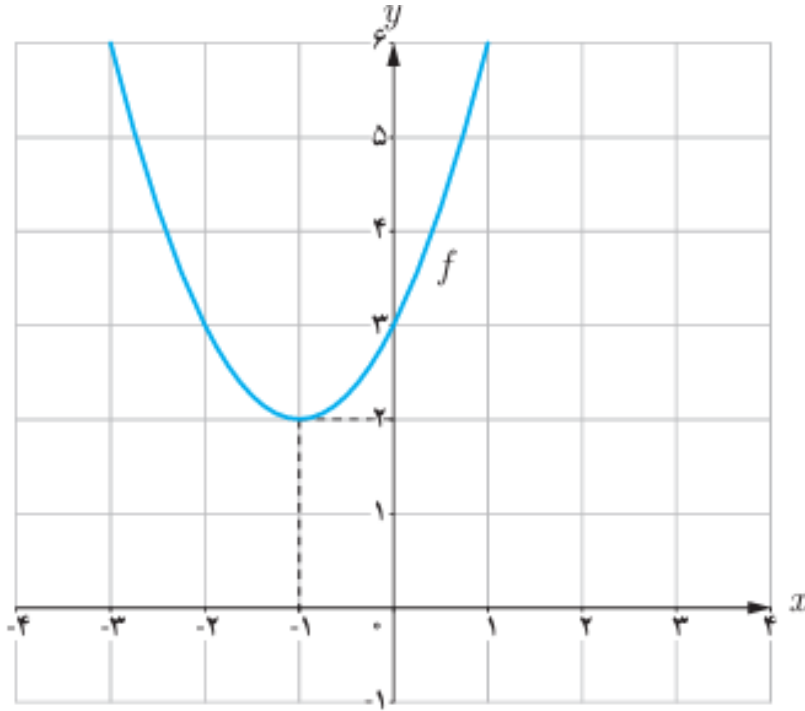


الف) با استفاده از نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x + 3$ (شکل مقابل) مقادیر زیر را به ترتیب صعودی مرتب کنید.

$$f'(2) \text{ و } f'(-1) \text{ و } f'(0) \text{ و } f'(3)$$

ب) صحت ادعای خود در (الف) را با محاسبه مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x + 3$ بررسی کنید.

پ) تابع مشتق را رسم کنید.



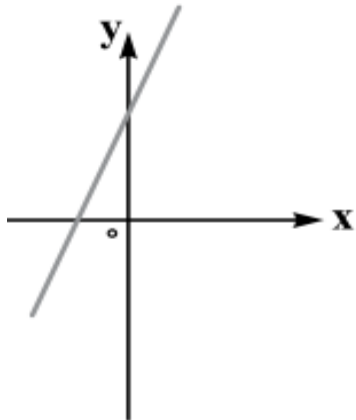
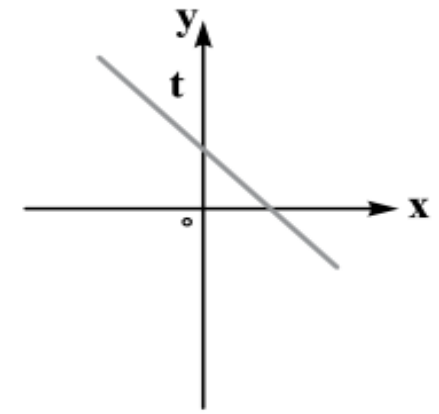
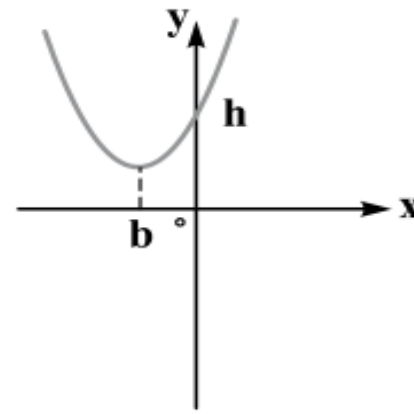
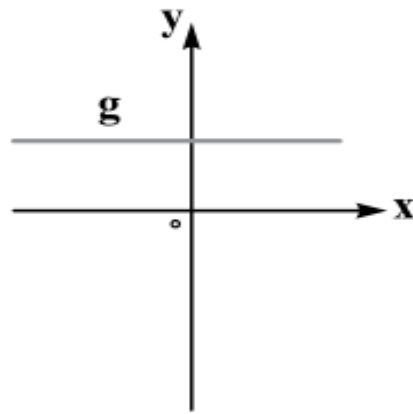
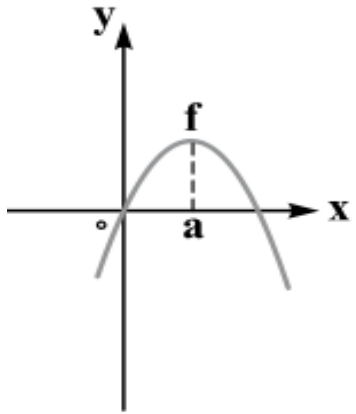
۶ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۷ سه تابع مختلف مثال بزنید که مشتق آنها با هم برابر باشند.

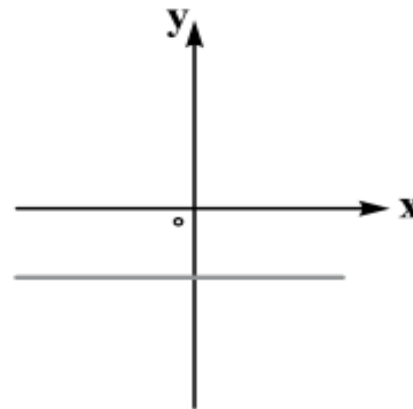
اگر $f(x) = |x^2 - 4|$ به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری f را در نقاط به طول های ۲ و ۲- بررسی کنید.

۹- مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ را به دست آورده و مشخص کنید در چه نقطه‌ای مماس قائم دارد؟

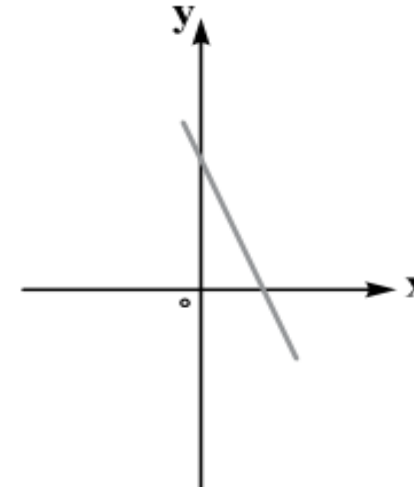
۱۰- نمودار توابع f و g و h و t را به نمودار مشتق آن‌ها، نظیر کنید.



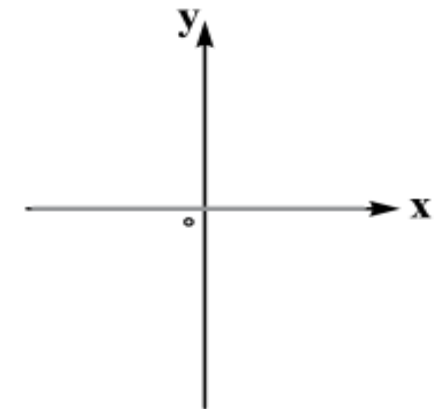
(۱)



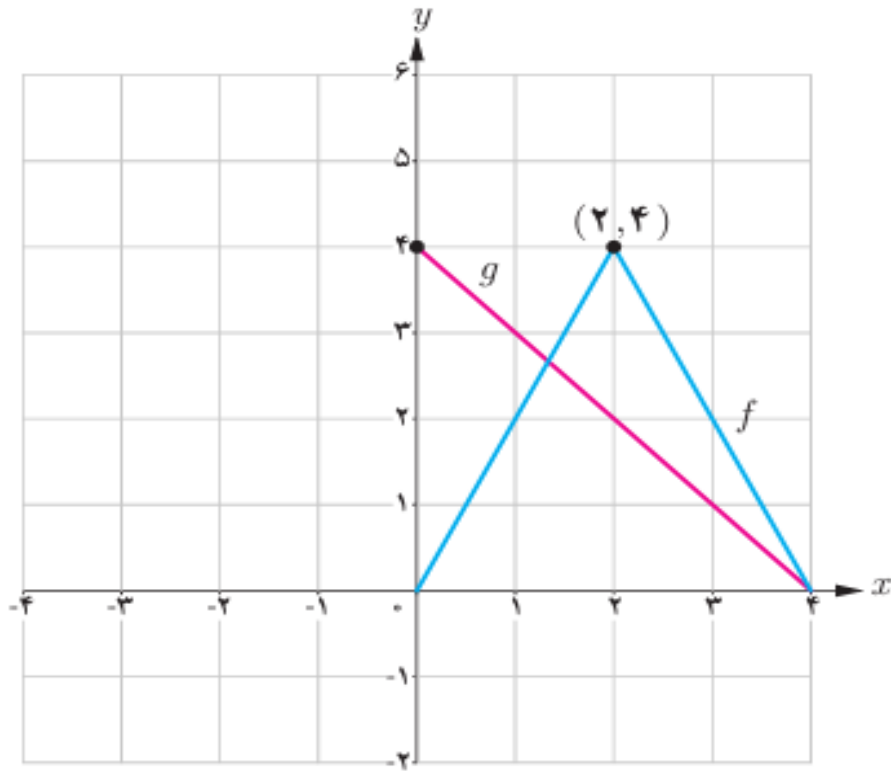
(۲)



(۳)



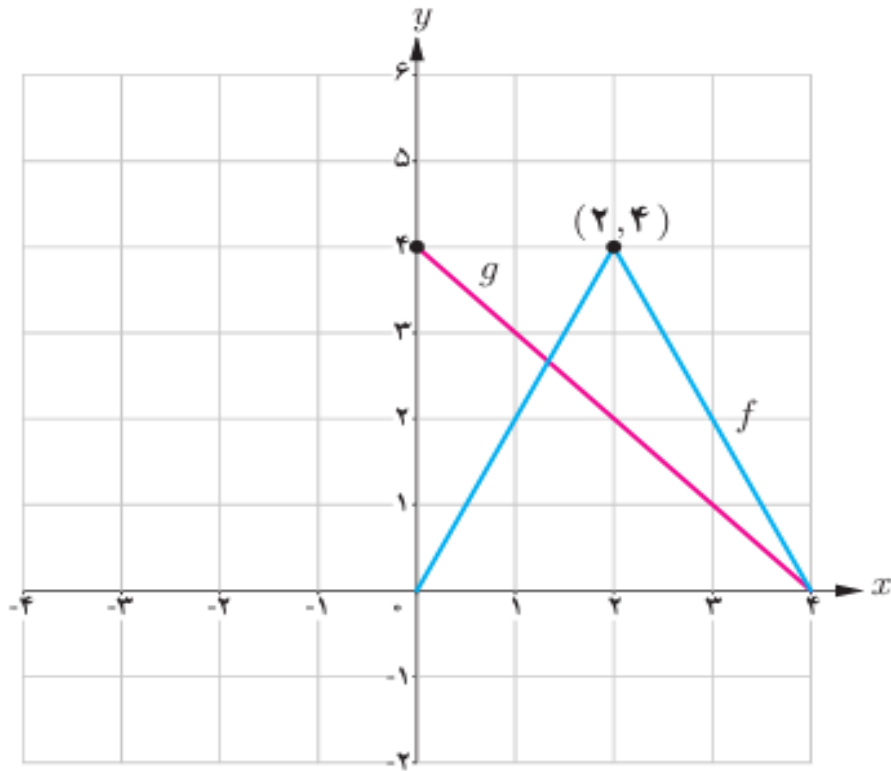
(۴)



۱۱- نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید.

الف) اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوب است $h'(1)$ ، $h'(2)$ و $h'(3)$

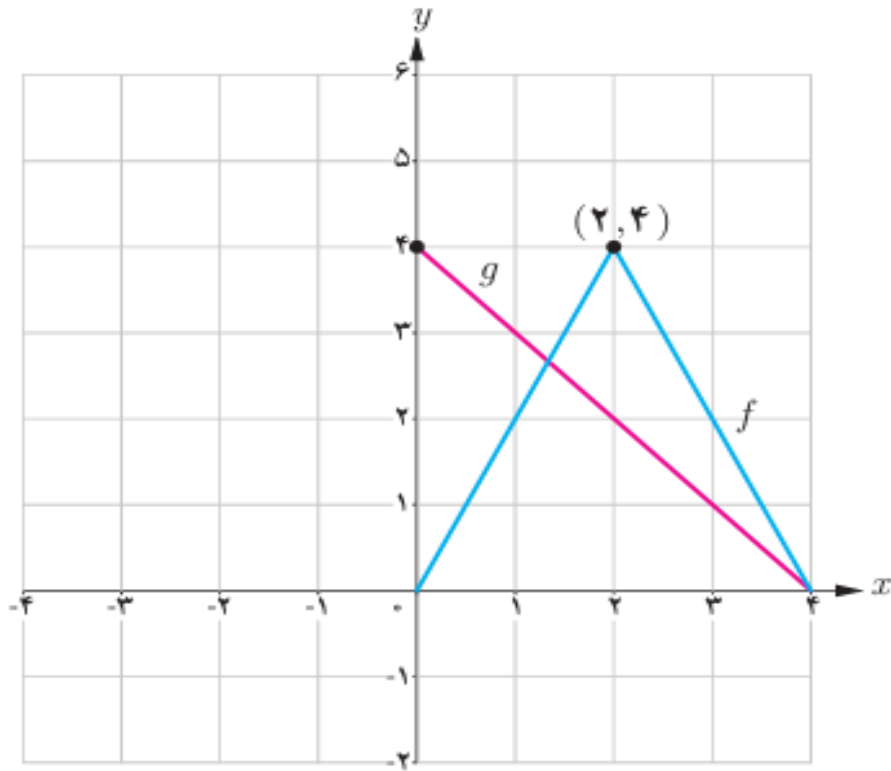
ب) اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوب است، $k'(1)$ ، $k'(2)$ و $k'(3)$



۱۱- نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید.

الف) اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوب است $h'(1)$ ، $h'(2)$ و $h'(3)$

ب) اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوب است، $k'(1)$ ، $k'(2)$ و $k'(3)$



۱۱- نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید.

الف) اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوب است $h'(1)$ ، $h'(2)$ و $h'(3)$

ب) اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوب است، $k'(1)$ ، $k'(2)$ و $k'(3)$

۱۲- اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، مطلوب است $(f + g)'(1)$ و $(3f + 2g)'(1)$

۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

۱۴- مشتق توابع داده شده را بیابید.

الف) $f(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$

ب) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}$

پ) $f(x) = (\sqrt{3x + 2})(x^3 + 1)$

ت) $f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$

۱۵- مشتق توابع مثلثاتی زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

ب) $f(x) = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$

پ) $f(x) = \tan^2 x - 2\cos x$

ت) $f(x) = \sin x \cos^2 x$

۱۶- اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ ، مقادیر زیر را حساب کنید.

ب) $f''\left(\frac{\pi}{2}\right) - f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

الف) $f''\left(\frac{\pi}{6}\right)$