

فصل پنج: کاربردهای مشتق

درس یک: اکستریم های تابع و توابع صعودی و نزولی

تمرینات پایانی درس ۱

۱ نمودار تابعی را رسم کنید که همه شرایط زیر را داشته باشد.

نقطهٔ ماکزیمم نسبی داشته باشد که مشتق در آن برابر صفر باشد.

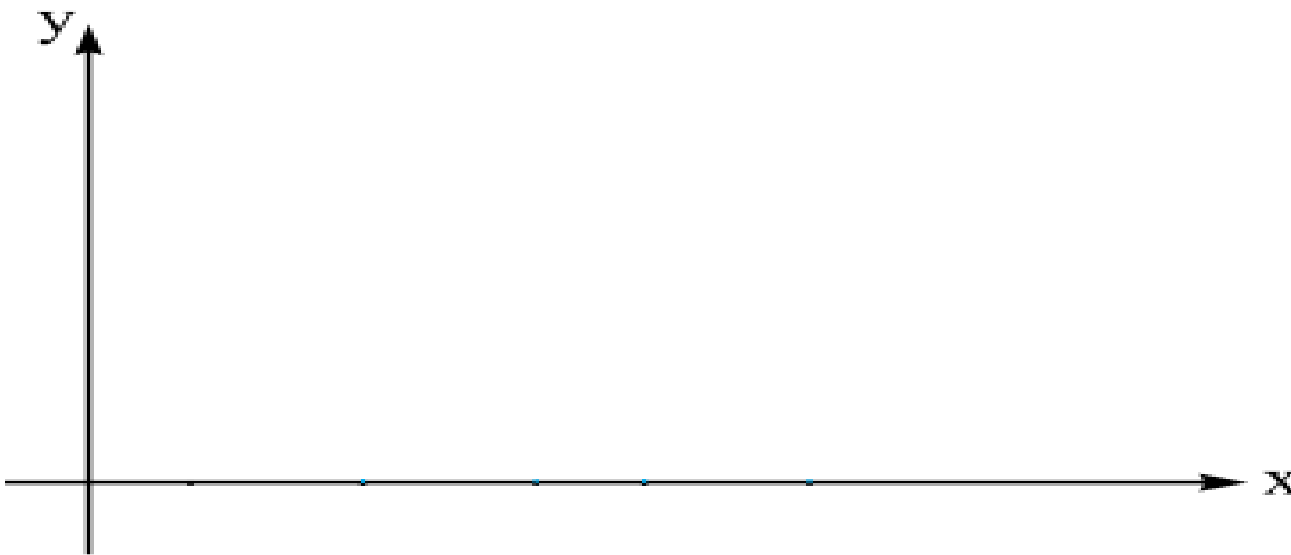
نقطهٔ مینیمم نسبی داشته باشد که تابع در آن نقطه پیوسته باشد ولی مشتق نداشته باشد.

نقطهٔ ماکزیمم مطلق تابع نقطهٔ بحرانی نباشد.

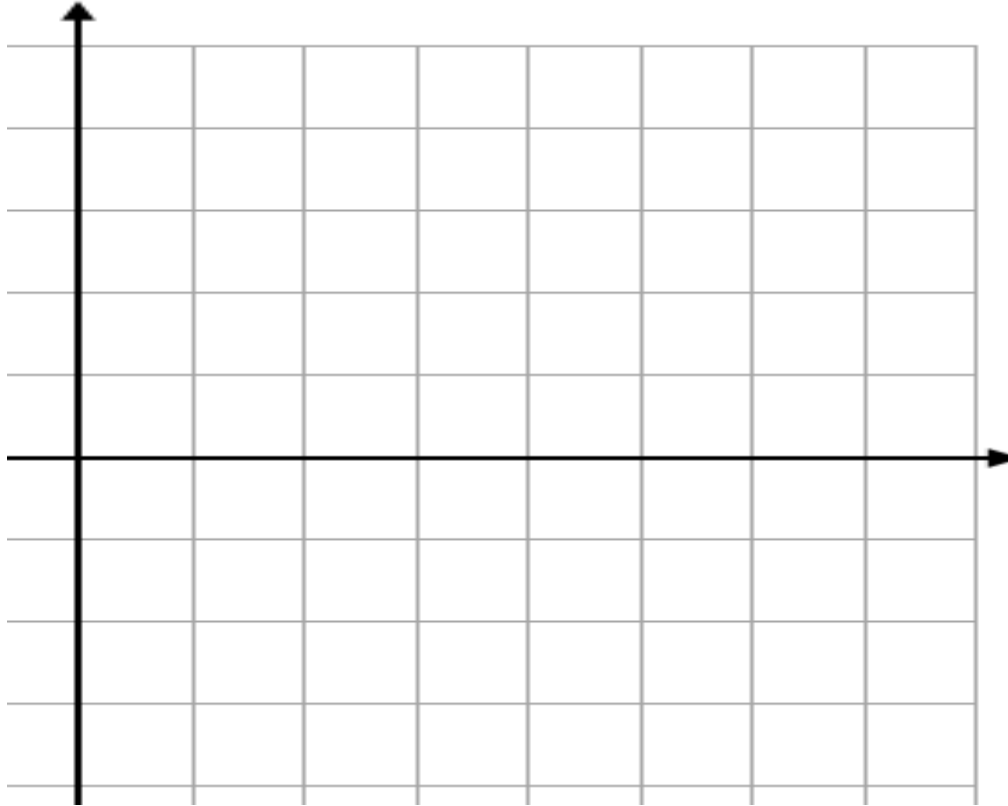
نقطهٔ ماکزیمم نسبی داشته باشد که تابع در آن ناپیوسته باشد.

نقطه‌ای داشته باشد که اکسترمم نسبی نباشد

ولی مشتق تابع در آن نقطه صفر باشد.



۲ نمودار تابعی را رسم کنید که بر دامنه‌اش پیوسته باشد ولی بر آن ماکزیمم و مینیمم مطلق نداشته باشد.



۳ برای هر مورد زیر نمودار یک تابع را رسم کنید.
الف) تابع f در بازه‌ای مانند $[a, b]$ صعودی است اما صعودی اکید نیست.



ب) تابع f در بازه‌ای مانند $[a, b]$ نزولی است اما نزولی اکید نیست.

پ) تابع f در بازه‌ای مانند $[a, b]$ هم صعودی و هم نزولی است.

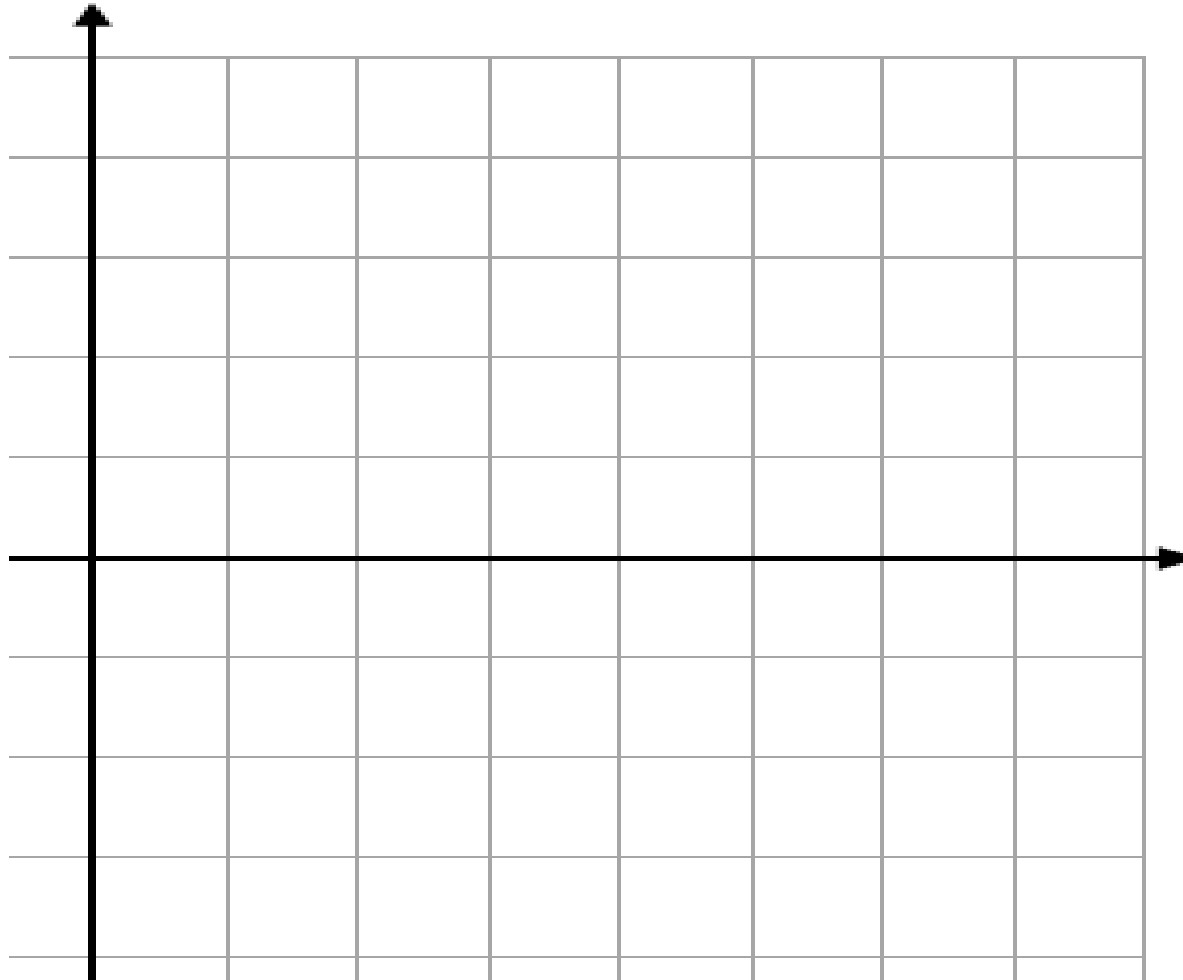
۴ برای هر کدام از موارد زیر نمودار یک تابع را رسم کنید.

الف) تابعی که در یک بازه اکیداً نزولی است اما در برخی نقاط آن بازه پیوسته نیست.

ب) تابعی که در یک بازه اکیداً صعودی و بر آن بازه پیوسته است اما در برخی نقاط آن بازه مشتق پذیر نیست.

پ) تابعی که در یک بازه اکیداً نزولی و مشتق پذیر است اما مشتق آن در برخی نقاط منفی نباشد.

۵ نمودار تابع f را به گونه‌ای رسم کنید که ماکزیمم مطلق داشته باشد ولی تابع $|f|$ ماکزیمم مطلق نداشته باشد.

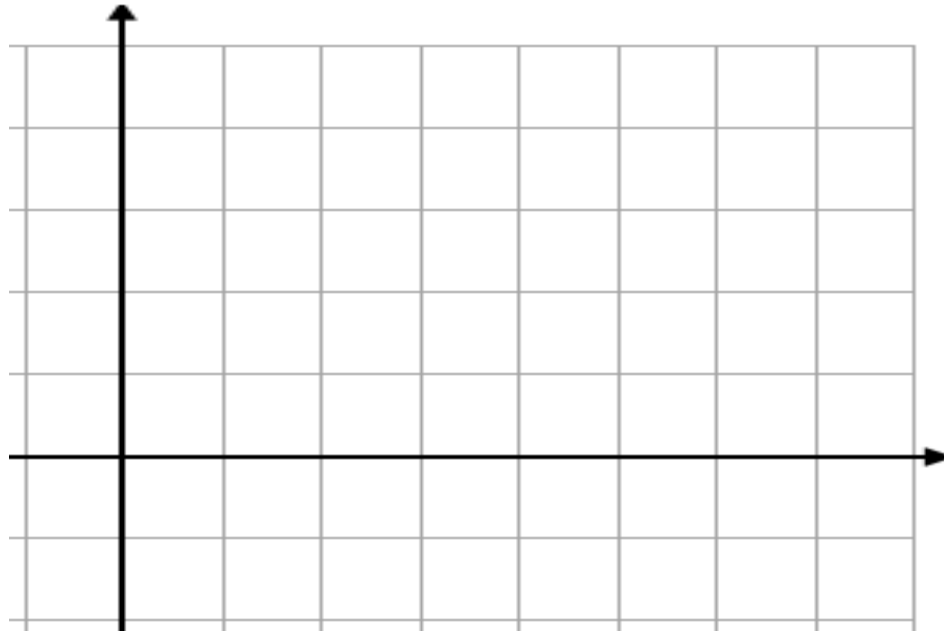


۶ نقاط اکسترمم نسبی و مطلق توابع زیر را در بازه‌های داده شده در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این توابع را به دست آورید.

الف) $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ $[-2, 1]$

ب) $f(x) = x^3 - 3x$ $[-1, 2]$

$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 2 \\ 4 - x & x \geq 2 \end{cases}$$

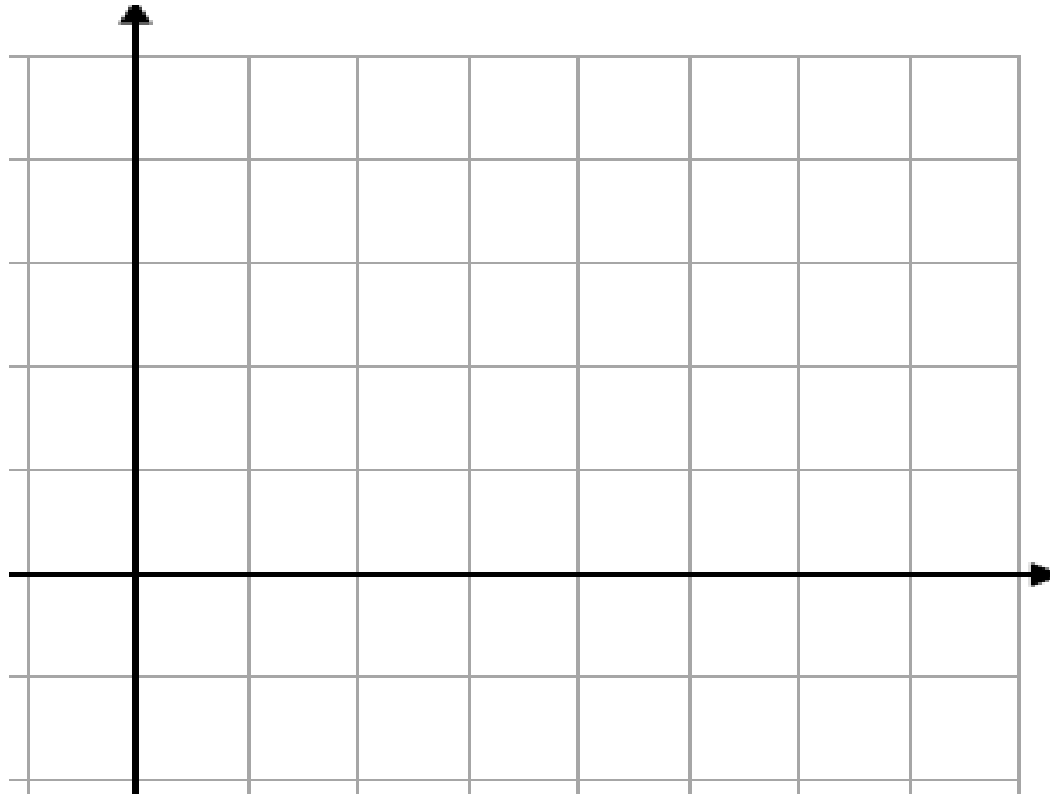


۷ ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ طوری پیدا کنید که در نقطه $(2, 1)$ ، ماکزیمم نسبی داشته باشد.

۸ نمودار تابعی مانند f را به گونه‌ای رسم کنید که در تمام شرایط زیر صدق کند.

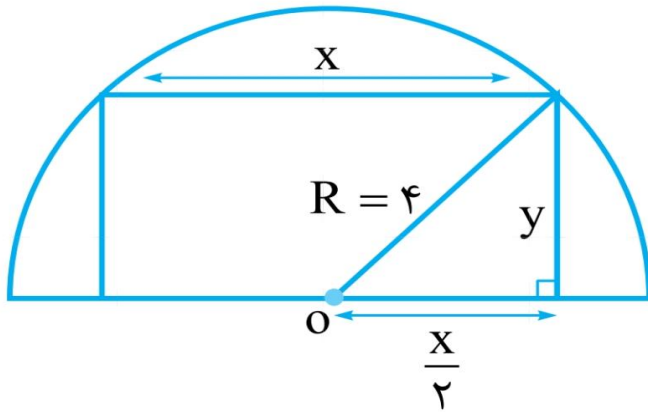
$$f(-1) = 5, \quad f(4) = -2, \quad f(0) = 0$$

نقطه $(1, 1)$ ماکزیمم نسبی این تابع باشد.



۹ یک برگه کاغذی مستطیل شکل با اضلاع x و y در اختیار داریم. با بریدن چهار مربع به ضلع h از گوشه‌های آن و تا زدن اضلاع، یک مکعب ساخته شده است. اگر $xy = 100 \text{ cm}^2$ و $h = 2 \text{ cm}$ ، مقادیر x و y را طوری پیدا کنید که حجم این مکعب بیشترین مقدار ممکن شود.

۱۰ یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره، ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.



۱۱ توابع زیر در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی اند؟

$$\text{الف) } f(x) = 2x^2 - 3x^2 - 12x + 7$$

$$f(x) = \frac{x}{x-2} \quad \text{ب}$$