

## فصل چهار: مشتق

درس سه: آهنگ متوسط و آهنگ لحظه ای تغییر

تمرینات پایانی درس ۳

۱ جدول زیر درجه حرارت  $T$  (سانتی گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می دهد.

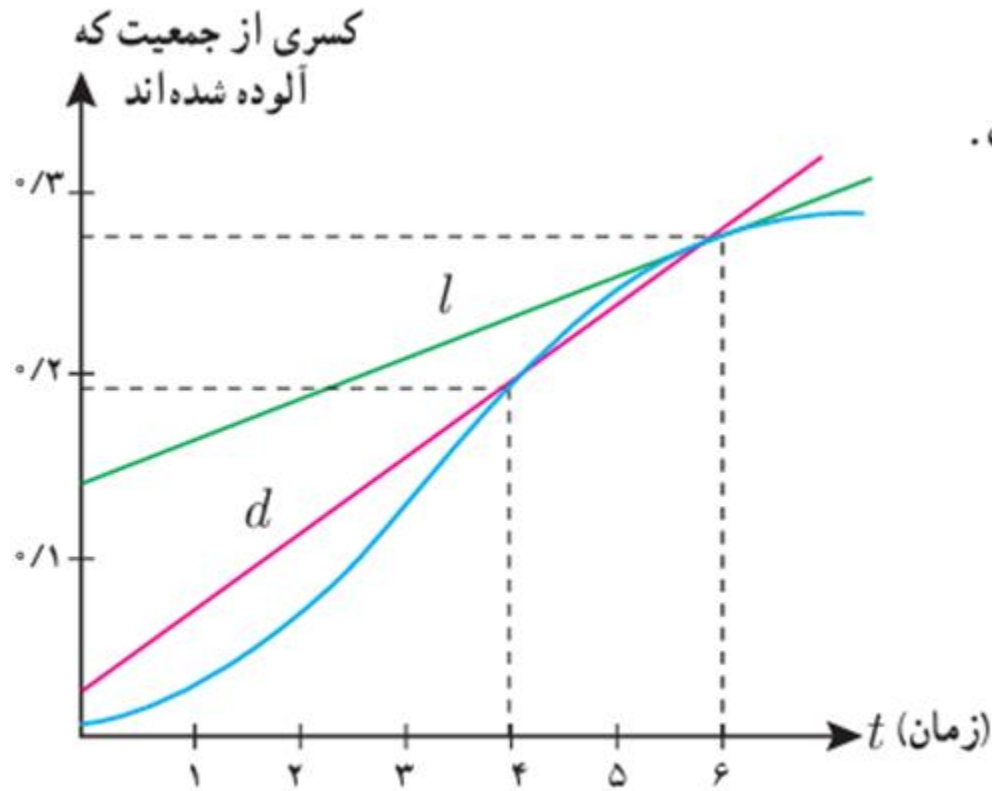
| ساعت $h$       | ۸  | ۹  | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ | ۱۸ |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| درجه حرارت $T$ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۷ | ۱۹ | ۱۸ | ۱۷ | ۱۵ | ۱۳ | ۱۰ | ۹  |

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را :

الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.

ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.

پ) پاسخ ها را تفسیر کنید.

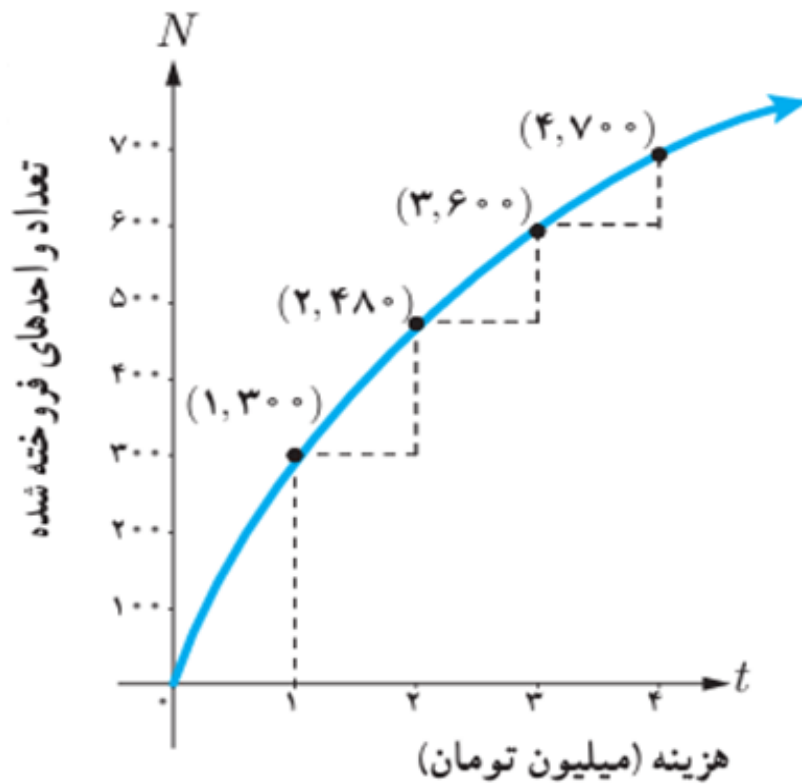


۲ کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده اند بر حسب زمان (هفته) در نمودار روبه رو نشان داده شده است. الف) شیب های خطوط  $l$  و  $d$  چه چیزهایی را نشان می دهند.

ب) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان های  $t=1$ ،  $t=2$  یا  $t=3$  بیشتر است؟

پ) قسمت ب را برای  $t=4$ ،  $t=5$  و  $t=6$  بررسی کنید.

**۳** نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا ( $N$ ) پس از صرف  $t$  میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است.  
الف) آهنگ تغییر  $N$  بر حسب  $t$  را وقتی  $t$  از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند به دست آورید.



ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر  $t$  افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟

۴ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 1$  بر حسب متر در بازه زمانی  $[0, 5]$   $t$  بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 5]$  با هم برابرند؟

۵. تویی از یک پل به ارتفاع ۱۱ متر به هوا پرتاب می‌شود.  $f(t)$  نشان دهنده فاصله توپ از سطح زمین در زمان  $t$  است. برخی از مقادیر  $f(t)$  در جدول زیر نمایش داده شده است.

| $t$<br>ثانیه s  | ۰  | ۰/۱  | ۰/۲  | ۰/۳  | ۰/۴  | ۰/۵  | ۰/۶  |
|-----------------|----|------|------|------|------|------|------|
| $f(t)$<br>متر m | ۱۱ | ۱۲/۴ | ۱۳/۸ | ۱۵/۱ | ۱۶/۳ | ۱۷/۴ | ۱۸/۴ |

بر اساس جدول کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند سرعت توپ را هنگامی که در ارتفاع نظیر زمان ۰/۴ ثانیه، است نشان دهد؟

۱۶/۰۳ m/s (د)

۱۱/۵ m/s (ج)

۱۴/۹۱ m/s (ب)

۱/۲۳ m/s (الف)

۶- کدام یک از عبارات درست و کدام یک نادرست است:  
الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند  $f$  در بازه  $[۰, ۱]$  همیشه کم تر از شیب آن منحنی در نقطه است.

ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.

پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم  $f'(a) = 0$  و هم  $f(a) = 0$

۷- یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$  گرم است.  
 الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی  $3 \leq t \leq 4$  چند گرم افزایش می‌یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 3$  چه قدر است؟

۸- گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از  $t$  ثانیه از رابطه  $V = 40\left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$  به دست آید:

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی  $[0, 1]$  چه قدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 100]$  می‌شود؟